

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.О.07 Когомологии и кратное интегрирование

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.04.01 Математика

Направленность (профиль)

01.04.01.02 Алгебра, логика и дискретная математика

Форма обучения

очная

Год набора

2023

Красноярск 2023

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Программу составили \_\_\_\_\_

---

должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Современные методы кратного интегрирования прочно утвердились как необходимый язык в математике, физике и других естественных науках, поэтому возникает насущная потребность в широком внедрении этих методов в содержание учебных курсов.

Концепция интеграла предполагает наличие двух объектов: того, что интегрируется (функция, дифференциальная форма, тензор и т.п.) и того, по чему интегрируется (по множеству, контуру, цепи и т.п.). В многомерной ситуации указанные объекты могут иметь сложную структуру в геометрическом и аналитическом аспектах. Эти аспекты породили специальные направления в многомерной геометрии: теорию когомологий и теорию гомологий. Указанные направления имеют самостоятельный интерес и на протяжении 20-го столетия составляли основу алгебраической топологии. По этой причине всякие попытки изложения фундаментальных результатов теорий когомологий и гомологий приводили к книгам внушительных объемов с привлечением большого числа нетривиальных конструкций и методов современной алгебраической топологии. Все это затрудняет извлечение нужной информации специалистами из смежных областей, например, из теории интегрирования.

#### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Настоящий курс посвящен изложению теории когомологий, адаптированной для теории кратного интегрирования. Его целью является:

- воспитание высокой математической культуры, позволяющей самостоятельно изучать современные книги и статьи, а также применять теорию и методы кратного интегрирования в научных исследованиях;
- формирование представлений о единстве математики на примере теории когомологий, где в равной мере участвуют анализ, алгебра и геометрия.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Освоение методов теории когомологий как многомерной версии теории неопределенного интеграла. Понимание соотношений между когомологиями Чеха, де Рама и Дольбо, умение иллюстрировать эти соотношения конкретными примерами. Формирование умения применять когомологическую теорию к вычислению гипергеометрических интегралов и топологических зарядов полей Янга-Милса.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1: Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики</b>	

ОПК-1.1: Использует фундаментальные математические знания в своей профессиональной деятельности	
ОПК-1.2: Формулирует математические постановки задач	
ОПК-1.3: Решает актуальные и значимые проблем математики	

#### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется с применением ЭО и ДОТ

URL-адрес и название электронного обучающего курса: Дисциплина реализуется на русском языке, с применением ЭО и ДОТ: электронные курсы в системе LMS Moodle на сайте СФУ, разработанные кафедрой, реализующей преподавание дисциплины. Ссылка: <https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=3223..>

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	е
		1
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>1,06 (38)</b>	
занятия лекционного типа	0,53 (19)	
практические занятия	0,53 (19)	
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>3,94 (142)</b>	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	
<b>Промежуточная аттестация (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>	

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
<b>1. Когомологии де Рама и интегрирование дифференциальных форм на многообразиях</b>									
	1. Вещественные и комплексные многообразия	1							
	2. Дифференциальные формы на многообразиях. Интегрирование дифференциальных форм	1							
	3. Когомологии де Рама как многомерная теория неопределенного интеграла	2							
	4. Вещественные и комплексные многообразия			4					
	5. Дифференциальные формы на многообразиях. Интегрирование дифференциальных форм			2					
	6. Когомологии де Рама как многомерная теория неопределенного интеграла			2					
<b>2. Вычисление некоторых интегралов</b>									
	1. Интегрирование рациональных функций по $R^n$ с помощью торических компактификаций	4							

2. Применение теории когомологий к вычислению топологических зарядов в теории инстантонов по-лей Янга-Милса	2							
3. Интегрирование рациональных функций по $R^n$ с помощью торических компактификаций			4					
4. Применение теории когомологий к вычислению топологических зарядов в теории инстантонов полей Янга-Милса			3					
<b>3. Когомологии Чеха и теоремы де Рама</b>								
1. Когомологии Чеха	2							
2. Доказательство теоремы де Рама	3							
3. «Абстрактные» когомологии симплициальных комплексов	2							
4. Интегралы по цепям, теорема двойственности де Рама	2							
5. Когомологии Чеха			2					
6. Доказательство теоремы де Рама			2					
7.							142	
Всего	19		19				142	

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ: Ч. 1. Функции одного переменного: учебник для университетов по специальностям "Математика", "Механика" : [в 2 ч.](Санкт-Петербург: Лань).
2. Антипова И. А., Знаменская О. В., Лейнартас Е. К., Цих А. К. Кратное интегрирование. Когомологии: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины(Красноярск: ИПК СФУ).
3. Телеман К. Элементы топологии и дифференцируемые многообразия: перевод с румынского(Москва: Мир).
4. Нарасимхан Р., Шабат Б. В. Анализ на действительных и комплексных многообразиях: перевод с английского(Москва: Мир).
5. Мамфорд Д. Красная книга о многообразиях и схемах: перевод с английского(Москва: МЦНМО).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. 9.1 Перечень необходимого программного обеспечения
2. Специальное программное обеспечение в учебном процессе по данной дисциплине не используется. Методика проведения занятий допускает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением.
3. 9.2 Перечень необходимых информационных справочных систем
4. Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ и в кабинет магистра.

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ и в кабинет магистра

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Методика проведения занятий допускает как использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), так и классические аудиторские занятия, обеспечиваемые стандартными материально-техническими средствами.



Лекционные аудитории должны быть оборудованы современным видеопроекционным оборудованием для презентаций, средствами звуковое-произведения, экраном, и иметь выход в Интернет, а также иметь интерактивную доску или доску для письма маркерами.

Помещения для проведения семинарских занятий должны иметь мультимедийное оборудование, а также иметь интерактивную доску или доску для письма маркерами, учебную мебель.

Библиотека должна иметь рабочие места для студентов, оснащенные компьютерами с доступом к базам данных, локальную сеть университета и Интернет.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.